

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: gimnazjalny

1/8 FINAŁU

1. Wiemy, że jedno z ramion wagi szalkowej jest dwa razy dłuższe (zatem ciężar umieszczony na szalce przy dłuższym ramieniu równoważy podwójny ciężar umieszczony na szalce przy krótszym). Czy można na niej odważyć ciężar 2018 kg, jeżeli mamy do dyspozycji po dwa odważniki o ciężarach będących potęgami trójki (tzn. 1, 3, 9, 27, ... kg)?
2. Przez jeden z wierzchołków prostokąta o bokach długości 9 cm i 12 cm poprowadzono dwie proste dzielące ten prostokąt na trzy figury o równych polach. W jakim stosunku proste te dzielą boki prostokąta?
3. Uzasadnij, że liczba $9^1 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + 9^5 + 9^6 + 9^7 + 9^8 + 9^9 + 9^{10}$ jest podzielna przez 90.
4. Niech n będzie najmniejszą liczbą naturalną, dla której $3n$ ma 2018 cyfr. Jaka jest cyfra jedności liczby n ?
5. Dany jest trójkąt ABC , w którym boki AB i AC są równej długości. Trójkąt ABC przecięto prostą przechodzącą przez wierzchołek A tak, że powstały dwa trójkąty równoramienne. Jakie kąty ma trójkąt ABC ?
6. Pomiędzy wioskami Zabłotna Dolna i Zabłotna Górna kursuje autobus, a ponieważ droga prowadzi przez wzgórza i kierowca stara się utrzymywać prędkość 30 km/h, jadąc pod górkę, oraz 60 km/h, jadąc z górki, to jazda z Zabłotnej Dolnej do Zabłotnej Górnej trwa 39 minut a z powrotem – tylko 15 minut. Jaka jest długość drogi pomiędzy tymi wioskami, jeśli na całej drodze nie ma ani jednego kawałka trasy, który by nie był z górki albo pod górkę?
7. Na rysunku przedstawiono widok z góry pewnej bryły (ściany tej bryły są zacieniowane, oczywiście niewidoczna w tym rzucie "podłoga" również jest ścianą tej bryły). Widać tu kwadraty $ABCD$, $EFGH$ oraz $IJKL$, których długości boków wynoszą, odpowiednio 1, 2 oraz 3. Kwadraty $ABCD$ oraz $IJKL$ leżą na jednej płaszczyźnie, zaś kwadrat $EFGH$ leży na płaszczyźnie równoległej do niej. Odległość między tymi płaszczyznami wynosi 1. Oblicz pole powierzchni całkowitej tej bryły.
8. Trzech robotników wykonało pewną pracę w ciągu 4 dni. Pierwszy z nich mógłby wykonać całą pracę sam w ciągu 10 dni. Drugi z nich na samodzielne wykonanie tej pracy zużyłby 12 dni. W ciągu ilu dni wykonałby tę pracę, samodzielnie, trzeci robotnik?
9. Która z liczb jest większa: $3^{600} - 5^{400}$ czy $3^{300} + 5^{200}$?
10. Mamy dwa naczynia: w naczyniu A znajdują się 4 kg 10-procentowego roztworu cukru w wodzie (stężenia liczymy wagowo), zaś w naczyniu B – 3 kg wody. Z naczynia A przelano do naczynia B 1 kg roztworu. Po dokładnym wymieszaniu z tak otrzymanego roztworu odlano 1 kg do naczynia A . Jakie są stężenia otrzymanych w obu naczyniach roztworów?

