

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: gimnazjum

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III

1. W Pomorskich Meczach Matematycznych liczba uczestników powiększyła się, w porównaniu z rokiem ubiegłym, o 20%. W ubiegłym roku chłopcy stanowili aż 60% wszystkich uczestników, zaś w tym roku jedynie 55%. Czy liczba chłopców w porównaniu z ubiegłym rokiem wzrosła, czy zmalała? O ile?
2. Dla każdej liczby naturalnej n obliczamy sumę wszystkich jej dzielników różnych od niej samej. Na przykład, dla $n = 12$ suma ta wynosi: $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$. Które z liczb: 1, 3, 5, 7, 9 możemy otrzymać jako tak wyliczoną sumę?
3. Adam zbierał kamyczki. Pewnego dnia znalazł jeden kamyczek. Potem codziennie znajdował trzykrotnie więcej kamyczków niż dnia poprzedniego. Trwało to krócej niż tydzień. Począwszy od kolejnego dnia Adam codziennie zabierał 11 kamyczków, aby rozdać je kolegom. Ostatnie 11 kamyczków rozdał we wtorek. Którego dnia tygodnia Adam znalazł pierwszy kamyczek?
4. Pewien pociąg jechał ze stałą prędkością, ale baaardzo powoli. Monika postanowiła, że pobiegnie wzdłuż pociągu – tam i z powrotem, zaczynając od początku pociągu. Monika biegła cały czas ze stałą prędkością, przy czym biegnąc w jedną stronę potrzebowała na przebiegnięcie wzdłuż całego pociągu trzy razy mniej czasu niż podczas biegu w drugą stronę. Ile razy szybciej od pociągu biegła Monika?
5. Do kieliszka w kształcie stożka o kącie rozwarcia 60° , częściowo napełnionego wodą, wrzucono kulkę o promieniu 2 cm. Gdy kulka osiadła na dnie okazało się, że jest styczna do górnej powierzchni wody. Ile cm^3 wody było w kieliszku przed wrzuceniem kulki?
6. Wykaż, że liczba $2^{2021} - 2^{2017}$ dzieli się przez 240.
7. Komputer, przestawiając litery T, S, A, I, L na wszystkie możliwe sposoby, otrzymał 120 napisów pięcioliterowych. Następnie wypisał je w porządku alfabetycznym (zaczynając oczywiście od AILST), tworząc ponumerowaną listę. Na której pozycji pojawi się LISTA na tej liście?
8. Na prostej l zaznaczono punkty A i C , leżące w odległości 2 od siebie, oraz punkt B będący środkiem odcinka AC . Po jednej stronie prostej narysowano dwa półokręgi: o średnicy AB oraz o średnicy AC . Z punktu B poprowadzono łuk o środku C do punktu D należącego do drugiego półokręgu. Ile jest równe pole figury ABD ograniczonej przez wymienione łuki?
9. Liczba jabłek, liczba gruszek oraz liczba brzoskwiń to liczby dwucyfrowe. Jabłek jest dwa razy tyle co brzoskwiń. Gruszek jest dwa razy mniej niż brzoskwiń i równocześnie tyle ile wnosi suma cyfr w liczbie jabłek. Ile jest jabłek, brzoskwiń i gruszek?
10. Rysunek obok przedstawia figurę złożoną z dwóch częściowo nakładających się na siebie identycznych prostokątów. Pole części wspólnej tych prostokątów jest równe X i stanowi dokładnie jedną siódmą pola całej figury. Jaka część pola jednego prostokąta jest X ?

