

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: ponadgimnazjalny

ĆWIERĆFINAŁ

1. Dla jakiej liczby naturalnej n suma $1 + 2 + 3 + \dots + n$ jest liczbą trzycyfrową o trzech jednakowych cyfrach?
2. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD$ o podstawie $ABCD$ wysokość jest równa H , a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120° . Dla jakiej wartości H objętość tego ostrosłupa wynosi 36?
3. Czy liczby $1 + n + n^2 + \dots + n^{2017}$ i $1 + n + n^2 + \dots + n^{2018}$ mogą mieć wspólny dzielnik (większy od 1) dla pewnej liczby całkowitej dodatniej n ?
4. Pewna liczba całkowita dodatnia przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1, zaś przy dzieleniu przez 5 i przez 7 daje resztę 4. Jaką resztę otrzymamy, dzieląc tę liczbę przez 140?
5. Znajdź wszystkie liczby całkowite x, y spełniające równanie $x^2 - y^2 = 3x$.
6. Dla liczby rzeczywistej x przez $[x]$ oznaczamy największą liczbę całkowitą nie większą niż x (część całkowita liczby x). Znajdź wszystkie rozwiązania równania $x^2 - 5[x] + 4 = 0$.
7. Udowodnij, że dla każdej liczby niewymiernej x istnieje liczba niewymierna y taka, że iloczyn $x \cdot y$ jest liczbą wymierną.
8. W czworokącie $ABCD$ kąty DAB i ABC są równe, a punkt przecięcia się symetralnych boków AD i BC leży na AB . Wykaż, że przekątne tego czworokąta są równej długości.
9. Ile jest różnych (nieprzystających) trójkątów o bokach całkowitej długości i obwodzie równym 100?
10. W trójkącie równobocznym ABC o boku 2 punkt D jest środkiem boku AC , a punkt E leży na boku BC . Oblicz długość BE , jeżeli długość DE wynosi x .