

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Wykaż, że suma dwóch kolejnych liczb parzystych nie może być kwadratem liczby naturalnej.
2. Rozwiąż równanie $3^{xy} = 2^x + x$ w liczbach całkowitych.
3. Dany jest czworokąt o obwodzie 100 opisany na okręgu o promieniu r . Oblicz jego pole.
4. Dwa samochody jechały krzyżującymi się pod kątem prostym drogami w kierunku skrzyżowania. Volvo znajdowało się w odległości 20 km od skrzyżowania i jechało ze stałą prędkością 60 km/h, natomiast dla Fiata analogiczne liczby wynosiły 30 km i 80 km/h. Po minięciu skrzyżowania samochody kontynuowały jazdę. Jaka była najmniejsza odległość między samochodami?
5. Wiedząc, że $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = a$, oblicz $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.
6. W trójkącie ABC podstawa AB ma długość 12, a wysokość CD wynosi 9. Trójkąt ten podzielono dwiema prostymi równoległymi do podstawy AB na 3 części o równych polach. Ile wynoszą długości odcinków, na jakie proste te podzieliły CD ?
7. Na płaszczyźnie narysowano 4 współśrodkowe okręgi o promieniach 5, 4, 3 oraz 2 cm. Na jaką wysokość należy podnieść trzy mniejsze okręgi, by wszystkie leżały na powierzchni stożka o wysokości 1 m, mającego w podstawie największy okrąg?
8. Rozstrzygnij, czy istnieje liczba naturalna, która jest podzielna zarówno przez 3, jak i przez 7 i w której zapisie występują jedynie cyfry 3 oraz 7 (ale każda z nich przynajmniej jeden raz!).
9. Na 8 czekach należy wpisać całkowite kwoty złotych tak, by przy pomocy tych czeków można było wypłacić dowolną kwotę od 1 do 250 zł.
10. Którą potęgą liczby 17 jest $(\sqrt{2873} + \sqrt{272})^{100}$?