POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III

1. Wykaż, że liczba $2^{2004} - 2^4$ dzieli się przez 240.
2. Rozstrzygnij, czy istnieją takie liczby całkowite x, y, że:
$$x^2(1 + x + x^2 + \cdots + x^{20}) + x^7(1 + x + x^2 + \cdots + x^{17}) = 4y^2 + 2017x^{2+0+1+7} + 2017.$$
3. Podaj najmniejszą liczbę naturalną, przez którą powinno się pomnożyć 2018, by otrzymać liczbę, która przy dzieleniu przez 17 daje resztę 1.
4. Firma produkuje dwa rodzaje kajaków: dwuosobowe i jednoosobowe. W ubiegłym roku sprzedała czterysta kajaków mieszczących pięćset osób, przy czym dochód ze sprzedaży większych kajaków był dwukrotnie mniejszy. Ile razy droższy jest kajak dwuosobowy od jednoosobowego?
5. Jaki jest promień okręgu opisanego na dwunastokącie foremnym o boku długości 1?
6. Drut o długości 1 m rozciągnięto tak, że jego grubość zmalała czterokrotnie. Czy można nim ogrodzić powierzchnię o polu 20 m^2?
7. Dany jest czworościan $ABCD$ o objętości V. Przez każdy jego wierzchołek poprowadzono płaszczyznę równoległą do przeciwległej ściany. Jaka jest objętość powstałego w ten sposób czworościanu?
8. Liczbę nazywamy palindromiczną, jeśli zapisana od lewej do prawej i od prawej do lewej wygląda tak samo. Jaka jest minimalna różnica między dwiema kolejnymi pięciocyfrowymi liczbami palindromicznymi?
9. Ile jest liczb czterocyfrowych o sumie cyfr 4?
10. Każda z liczb: $x_1, x_2, ..., x_{2017}$ jest równa 1 bądź -1. Jaka jest najmniejsza wartość wyrażenia
$$x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots + x_{2016}x_{2017} + x_{2017}x_1?$$