

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: szkoła podstawowa

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Pan Kowalski ma taki zwyczaj, że ubiera krawat tylko w niedzielę i w każdą niedzielę. Wczoraj, 3 marca, był na imieninach swojego brata i miał założony krawat. Imieniny pana Kowalskiego wypadają 11 listopada. Czy najbliższe imieniny pan Kowalski będzie obchodził w krawacie?
2. W czasie mżawki z trzech gałęzi skapywała do szklanki woda. Z pierwszej gałęzi kropla spływała co 10 sekund, z drugiej co 15 sekund, a z trzeciej co 12 sekund. Po jakim czasie szklanka napełniła się wodą jeśli do jej napełnienia potrzeba 1000 kropli, a w momencie podstawienia szklanki wpadła do niej kropla z każdej gałęzi.
3. W każdym kroku liczbę dwucyfrową możemy poddać jednej z następujących operacji:
 - jeśli cyfra jedności jest podzielna przez 5, to zwiększamy ją o 1;
 - jeśli cyfra jedności jest większa od 6, to odejmujemy od niej 5;
 - zmieniamy kolejność cyfr.

Po 3 krokach uzyskamy liczbę 22. Od jakiej liczby rozpoczęliśmy?

4. Jaś miał do szkoły pod górkę, dlatego szedł do niej z prędkością 2 km/h. Do domu wracał z górki z prędkością 6 km/h. Po przeprowadzce w inne miejsce Jaś chodził do szkoły po płaskim terenie ze stałą prędkością. Nowe miejsce było w tej samej odległości od szkoły co poprzednie miejsce zamieszkania Jasia – co ciekawe, okazało się, że droga do szkoły i z powrotem zajmuje Jasiowi dokładnie tyle samo czasu co przed przeprowadzką! Z jaką prędkością Jaś pokonywał drogę do szkoły po przeprowadzce?
5. Ile najwięcej liczb można wybrać z liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 tak, aby **pośród wybranych liczb** żadna nie była dwukrotnością innej?
6. W okrąg, którego promień ma długość r , wpisano prostokąt. Środki kolejnych boków prostokąta połączono odcinkami. Znajdź obwód uzyskanego czworokąta.
7. W pewnym trójkącie jeden z kątów jest trzy razy większy od drugiego, a ten drugi dwa razy większy od trzeciego. Jakie są miary kątów w tym trójkącie?
8. Czy w liczbie 1234567890 można tak poprzestawiać cyfry, aby otrzymać liczbę pierwszą?
9. Chcielibyśmy zawieźć na koncert 42 osoby – przy czym możemy wynająć dowolną liczbę busików, z których każdy może zabrać do 10 osób, oraz dowolną liczbę taksówek osobowych, z których każda może przewieźć do 4 osób. Jak zorganizować najtańszy transport gdy koszt wynajęcia jednego busika wynosi 50 zł, zaś jednej taksówki 30 zł.
10. Sześcian o objętości 1 m^3 pocięto na małe sześciany o krawędzi 10 cm. Następnie ze wszystkich małych sześcianów sklejkono prostopadłościan, którego podstawą jest jedna ściana małego sześcianu, ustawiając kolejno jeden mały sześcian na drugim. Oblicz, ile metrów kwadratowych ma pole powierzchni całkowitej otrzymanego prostopadłościanu.

PMM – rok szkolny 2017/2018 – poziom: szkoła podstawowa
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Od 3 marca do 10 listopada jest $29 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 9 = 252$ dni. Ponieważ $252 = 7 \cdot 36$, to 10 listopada także będzie niedzielą, zatem 11 listopada będzie w poniedziałek i pan Kowalski nie założy krawata.
2. W momencie podstawienia szklanki wpadły do niej trzy krople oraz w ciągu każdej minuty do szklanki wpada kolejne $6 + 4 + 5 = 15$ kropli. W takim razie po 66 minutach w szklance jest $3 + 66 \cdot 15 = 993$ krople. Od tego momentu kolejne krople skapną: jedna po 10 sekundach, druga po 12 sekundach, trzecia po 15 sekundach, czwarta po 20 sekundach, piąta po 24 sekundach oraz szósta i siódma po trzydziestu sekundach. Ostatecznie, szklanka napełni się po 66 minutach i 30 sekundach.
3. Liczba 22 mogła powstać z liczby 22 bądź 27. Liczba 27 mogła powstać tylko z liczby 72. Liczba 72 mogła powstać z liczby 77 lub z 27. Musieliśmy więc rozpocząć albo od liczby 22, albo od 27, albo od 72, albo 77.
4. Oznaczmy przez t czas, w jakim Jaś wracał ze szkoły przed przeprowadzką (idąc z prędkością 6 km/h). Wtedy do szkoły szedł trzy razy dłużej (bo z prędkością trzy razy mniejszą). W sumie podróż w obie strony zajęła mu $4t$ czasu. Po przeprowadzce zatem czas dojścia do szkoły zajmował mu $2t$ czasu, czyli musi iść z prędkością dwa razy mniejszą niż 6 km/h, a więc 3 km/h.
5. Z liczb 3 i 6 można wybrać tylko jedną, a z liczb 1, 2, 4 tylko 2 lub 1 i 4. Ponadto możemy wybrać dowolne z liczb 5, 7. Najwięcej liczb otrzymamy, jeżeli wybierzemy 1, 4, 5, 7 oraz 3 lub 6, czyli 5 liczb.
6. Ponieważ przekątną prostokąta jest średnica okręgu, to każdy z boków otrzymanego czworokąta jest połową średnicy, zatem szukany obwód to $4r$.
7. Oznaczając miarę trzeciego kąta trójkąta przez α , widzimy z treści zadania, że drugi kąt ma miarę 2α , zaś pierwszy ma miarę 6α . W takim razie $9\alpha = 180^\circ$, stąd $\alpha = 20^\circ$. Miary kątów trójkąta wynoszą $20^\circ, 40^\circ, 120^\circ$.
8. Nie. Niezależnie od kolejności cyfr ich suma wynosi 45, zatem liczba jest podzielna przez 3 i nie jest liczbą pierwszą.
9. Ponieważ dla 42 osób nie trzeba więcej niż 5 busików, zatem wystarczy rozważyć 6 przypadków:
5 busików (wtedy 0 taksówek) = koszt 250 zł,
4 busiki (wtedy 1 taksówka) = koszt 230 zł,
3 busiki (wtedy 3 taksówki) = koszt 240 zł,
2 busiki (wtedy 6 taksówek) = koszt 280 zł,
1 busik (wtedy 8 taksówek) = koszt 290 zł,
0 busików (wtedy 11 taksówek) = koszt 330 zł.
Najtańsza opcja to 4 busiki i 1 taksówka.
10. Otrzymano 1000 małych sześciątów, zatem prostopadłościan ma wymiary $0,1\text{m} \times 0,1\text{m} \times 100\text{m}$. W takim razie pole jego powierzchni całkowitej wynosi
 $2 \cdot 0,1^2 + 4 \cdot 100 \cdot 0,1 = 40,02 \text{ m}^2$.