

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA III – rok szkolny 2017/2018

poziom: szkoła podstawowa

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III

1. Marylka miała ukryte 5 kamyczków w worku wiszącym w szafie. Od 1 stycznia 2016 codziennie wrzucała do niego po jednym kamyczku. Nie zauważyła jednak, że jej sprytny braciszek Antoś co drugi dzień – począwszy od 2 stycznia 2016 r. – podbierał z worka jeden kamyczek. Ponadto, ostatniego dnia każdego miesiąca Antoś zabierał dodatkowo jeszcze 5 kamyczków. Ile było kamyczków w worku o północy z 31 marca na 1 kwietnia 2016 roku?
2. Arek i jego starszy brat Jarek mieszkają w tym samym domu i chodzą do tej samej szkoły. Arkowi dojście do szkoły zajmuje 32 minuty, a Jarkowi tylko 24 minuty. Dziś Arek wyruszył do szkoły o 7.20, a Jarek o 3 minuty później. Czy Jarek dogonił brata przed dojściem do szkoły? Jeżeli tak, to o której godzinie?
3. Postawiono obok siebie graniastosłup oraz ostrosłup mające tyle samo krawędzi. Ile wynosi ta liczba krawędzi jeśli wiadomo, że jest to liczba najmniejsza z możliwych?
4. Jacek jeździ na rowerze dwa razy szybciej od Basi. Wyruszyli jednocześnie na przejażdżkę. Jacek dotarł do celu i natychmiast zawrócił. Gdy spotkał Basię, znowu zawrócił w kierunku celu przejażdżki, gdzie czekał na Basię pół godziny. Ile kilometrów przejechał Jacek, jeżeli Basia jechała półtorej godziny z prędkością 10 km/godz. ?
5. Mucha chodzi po wiszącym ostrosłupie o podstawie kwadratu (kształt piramid egipskich) tylko po krawędziach. Czy może tak dobrać trasę wędrówki, aby startując z wierzchołka przejść po każdej krawędzi dokładnie raz i wrócić do miejsca startu?
6. Trapez równoramienny został podzielony na 7 jednakowych trójkątów równoramiennych, których podstawy i wierzchołki zawierają się w podstawach trapezu. Obwód trapezu wynosi 120cm, zaś obwód każdego z trójkątów wynosi 60 cm. Jaka długość mają boki trapezu?
7. Zegar po "naprawie" chodzi w ten sposób, że mała wskazówka porusza się dwa razy szybciej, a duża dwa razy wolniej niż normalnie. W poniedziałek w południe zegar pokazywał godzinę 12.00. Jak będą położone wskazówki zegara we wtorek o godzinie piętnastej?
8. W pociągu, na dwuosobowych siedzeniach, siedzi 30 osób (przy czym niektóre miejsca są puste!). Każdy mężczyzna siedzi obok kobiety, ale tylko połowa kobiet siedzi obok mężczyzny. Ile kobiet jedzie pociągiem?
9. Podziel liczbę 987654321 na dwie części (stawiając kreskę między wybranymi dwoma cyframi i zapisując osobno liczbę po lewej i po prawej stronie kreski), tak by ich suma była jak najmniejsza.
10. Przez jeden z wierzchołków prostokąta poprowadzono dwie proste dzielące ten prostokąt na trzy figury o równych polach. Uzasadnij, że proste te muszą przecinać dwa różne boki prostokąta.

PMM – rok szkolny 2017/2018 – poziom: szkoła podstawowa
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Marylka wrzuciła do worka $31 + 29 + 31 = 91$ kamyczków, zatem 31 marca powinno być 96 kamyczków. Antoś zabrał z worka $45 + 3 \cdot 5 = 60$ kamyczków, zatem w worku zostało 36 kamyczków.
2. W ciągu 3 min. Jarek przechodzi dystans, na który Arek potrzebuje 4 min. Czyli tą samą odległość obaj pokonują w ciągu (odpowiednio): 6 i 8 minut oraz 9 i 12 minut. Jeśli Jarek wyszedł z domu o 3 minuty później niż Arek, to po 9 minutach marszu spotkał Arka w miejscu, w którym ten był po 12 minutach marszu. Do spotkania doszło o godzinie 7.32. Samo udzielenie poprawnej odpowiedzi "tak, dogonił" z uzasadnieniem, z którego nie można wyliczyć godziny spotkania, nie może być uznane za poprawne rozwiązanie zadania.
3. Ostrosłup może mieć dowolną parzystą liczbę krawędzi nie mniejszą od 6. Natomiast graniastosłup musi mieć liczbę krawędzi, która jest wielokrotnością liczby 3, ale nie mniejszą niż 9. Zatem najmniejszą taką wspólną liczbą krawędzi jest 12 (ostrosłup ma w podstawie sześciokąt, zaś graniastosłup czworokąt).
4. Jacek jechał godzinę z prędkością 20 km/godz., zatem przejechał 20 km.
5. Nie. Jeśli mucha ma wrócić do miejsca startu, to z każdego wierzchołka tyle samo razy wyjdzie, co do niego wróci. Gdyby miała przejść przez wszystkie krawędzie dokładnie jeden raz, to z każdego wierzchołka musiałaby wychodzić parzysta liczba krawędzi. Jednak z każdego wierzchołka podstawy wychodzą 3 krawędzie.
6. Oznaczmy przez a podstawę trójkąta, przez b zaś jego ramię. Obwód trapezu wynosi $7a + 2b$, a trójkąta $a + 2b$. Oznacza to, że do obwodu trapezu wliczamy obwód jednego z trójkątów oraz 6 odcinków o długości a . Zatem $6a = 120 - 60$ cm. Stąd $a = 10$ cm, więc $b = 25$ cm i boki trapezu wynoszą: ramię $b = 25$ cm, oraz podstawy $3a = 30$ cm oraz $4a = 40$ cm.
7. Skoro duża wskazówka porusza się dwa razy wolniej to o każdej pełnej parzystej godzinie (licząc od godziny 12.00 w poniedziałek) będzie wskazywała 12.00. Ponieważ mała wskazówka porusza się dwa razy szybciej to co każde sześć godzin, licząc od godziny 12.00 w poniedziałek, będzie wskazywała na 12. Zatem o 12.00 we wtorek zegar będzie wskazywał ponownie 12.00. W ciągu kolejnych trzech godzin mała wskazówka przesunie się na 6, a duża też będzie wskazywać 6. Zatem o 15.00 we wtorek obie wskazówki zegara wskażą 6.
8. Z treści zadania wynika, że połowa liczby kobiet równa jest liczbie mężczyzn, zatem mężczyźni stanowią jedną trzecią łącznej liczby pasażerów. Zatem w pociągu jest 20 kobiet.
9. Oczywiście im mniej cyfr będzie miał wynik dodawania tym lepiej. Na pewno więc nie warto dzielić naszej liczby na liczby, z których jedna jest 8, 7 lub 6-cyfrowa. Wystarczy rozważyć tylko dwa podziały: 9876 i 54321 oraz 98765 i 4321. Widoczne jest, że pierwszy podział daje mniejszą sumę.
10. Gdyby proste te przecinały jeden bok prostokąta to jedna z części zawierałaby trzy wierzchołki prostokąta, zatem jej pole wynosiłoby co najmniej połowę jego pola. A pole każdej części równe jest $1/3$ pola prostokąta.