

## MECZ MATEMATYCZNY

### VII POLYGON

#### poziom P

1. Z dwóch wielokątów pierwszy ma o jeden bok mniej niż drugi i jednocześnie o 100 przekątnych mniej niż drugi. Ile boków mają łącznie te wielokąty?
2. W pięciokącie wypukłym  $ABCDE$  boki  $AB, BC, CD, DE, EA$  są równoległe odpowiednio do przekątnych  $CE, DA, EB, AC, BD$ . Ile wynosi stosunek  $CE : AB$ ?
3. Dane są liczby naturalne  $n$  i  $k$ , takie, że  $n(n + 1) = 2k(k + 1)$ . Wykazać, że liczba  $nk(n + 1)(k + 1)$  jest podzielna przez 3.
4. Rozwiązać w liczbach naturalnych układ

$$\begin{cases} 2a^2 = bc + 4 \\ 2b^2 = ac + 4 \\ 2c^2 = ab + 4 \end{cases}$$

5. Czy liczba 8000000000027 jest pierwsza?
6. Udowodnić, że dla dodatnich liczb  $a, b, c$  zachodzi nierówność

$$\frac{2a + 1}{b + c + 1} + \frac{2b + 1}{c + a + 1} + \frac{2c + 1}{a + b + 1} \geq 3.$$

7. Rozwiązać w liczbach naturalnych równanie

$$5^x = 1 + 2^y$$

8. Rozstrzygnąć, czy liczba  $\left(\frac{25}{12}\right)^{\frac{25}{12}}$  jest większa od 5?
9. Na kwadrat o polu 144 nałożono prostokąt w taki sposób, że przekątne kwadratu i prostokąta pokryły się. Część wspólna kwadratu i prostokąta ma pole 96. Obliczyć pole prostokąta.
10. Trójkąt o bokach 5, 12, 13 jest podstawą graniastosłupa prostego opisanego na kuli. Obliczyć objętość tego graniastosłupa.